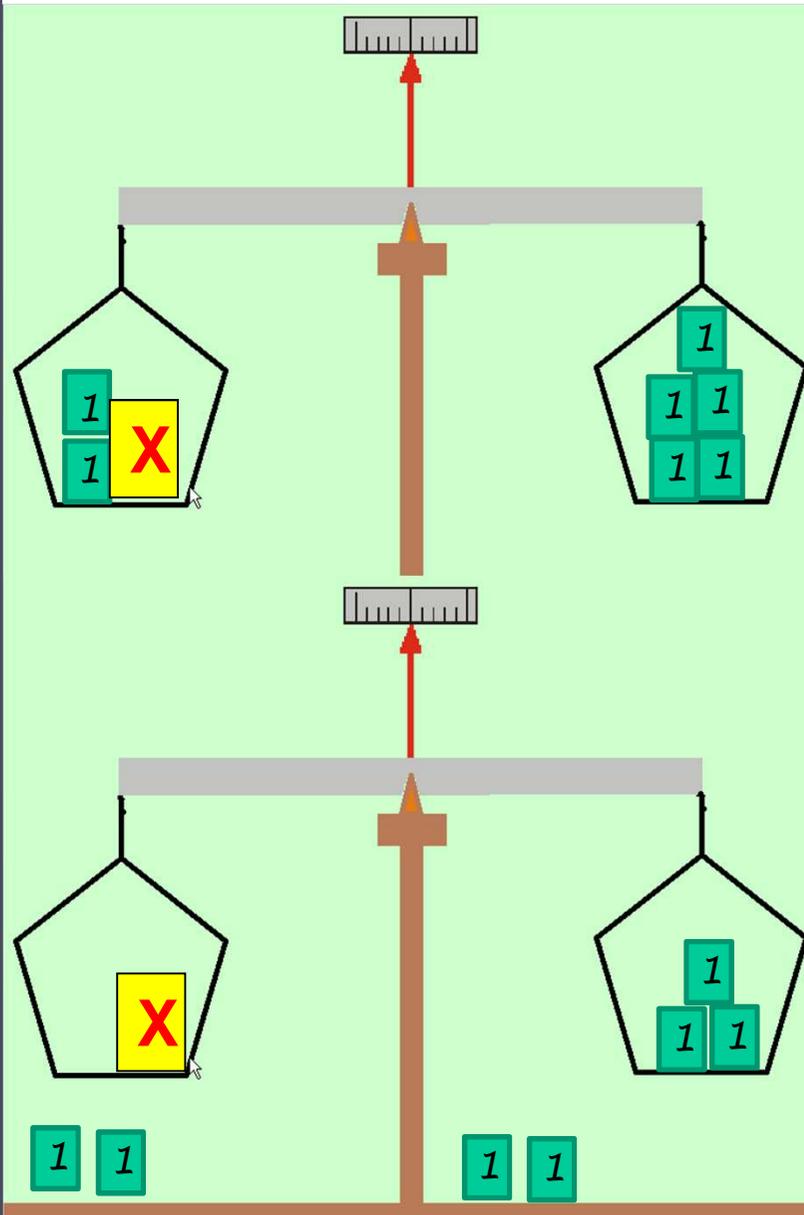




Gleichgewicht an der Balkenwaage



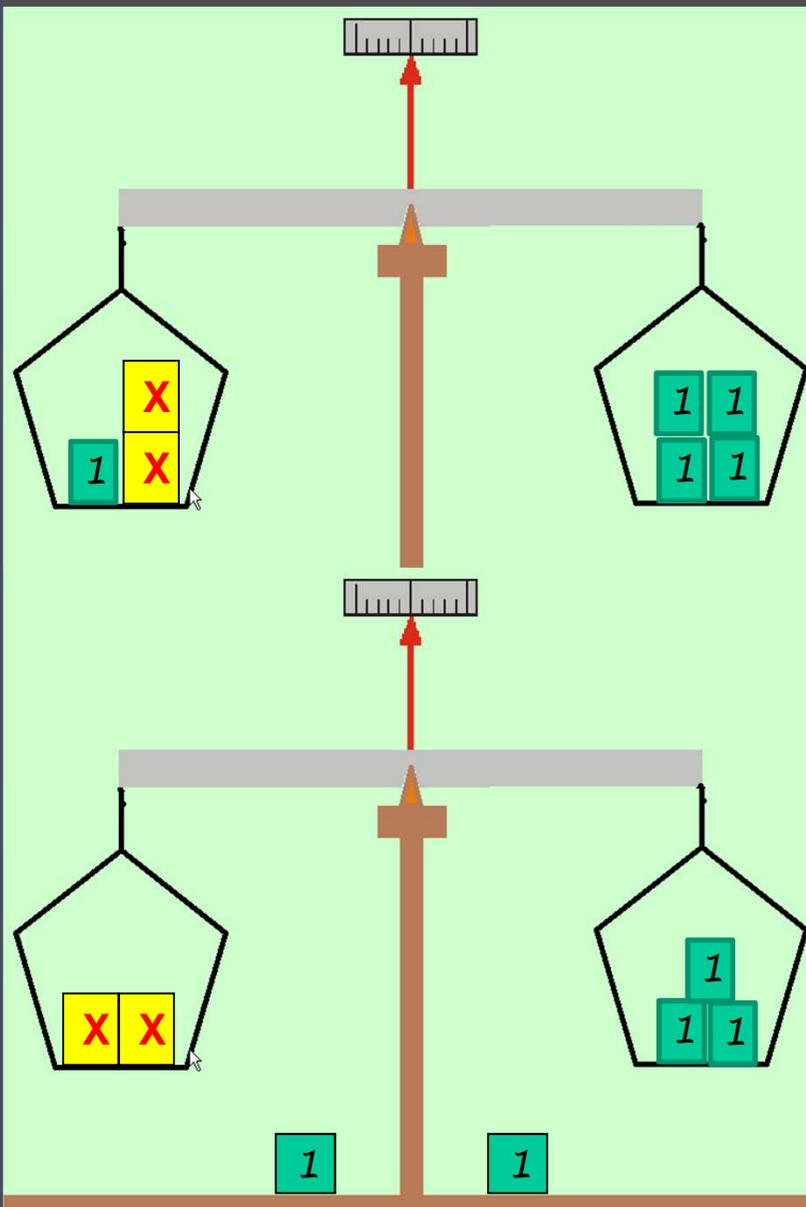
$$x + 2 = 5 \quad | -2$$

$$x = 3$$

$$L = \{3\}$$



Gleichgewicht an der Balkenwaage

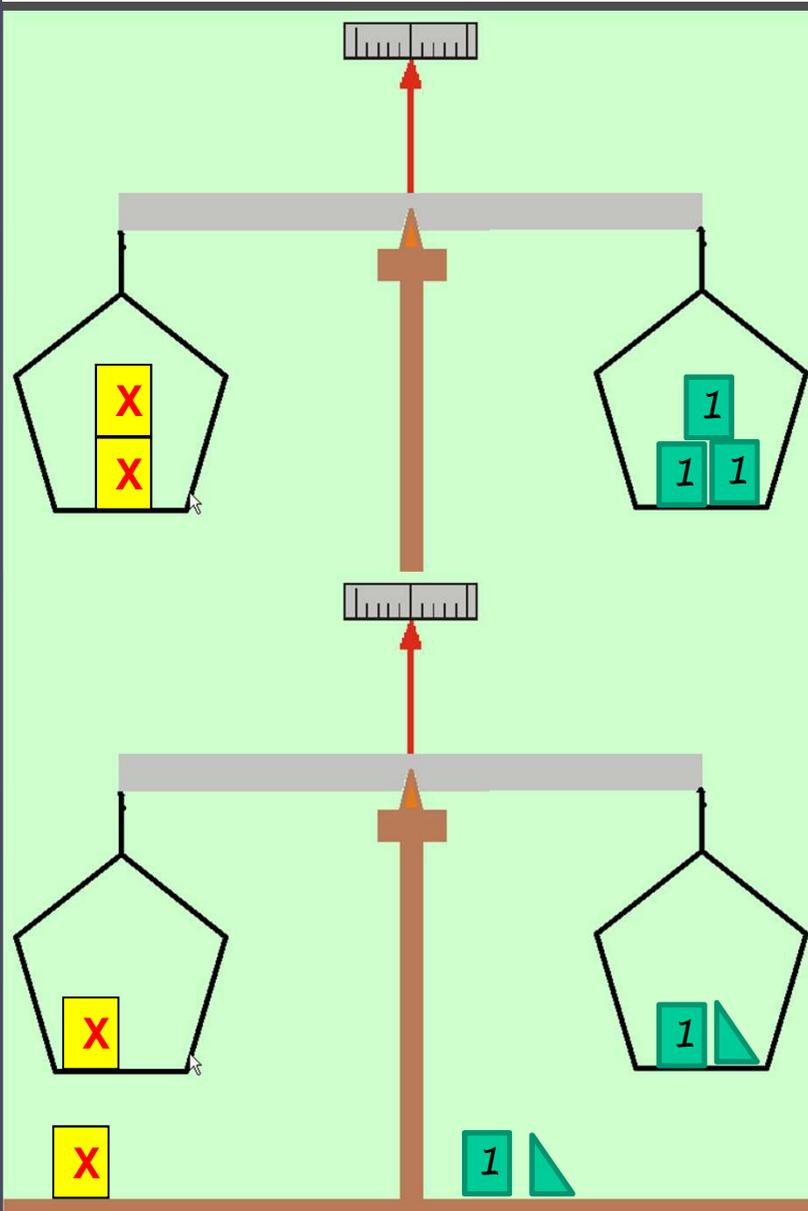


$$2 \cdot x + 1 = 4 \quad | -1$$

$$2 \cdot x = 3$$



Gleichgewicht an der Balkenwaage



$$2 \cdot x = 3 \quad | :2$$

$$x = \frac{3}{2}$$

$$L = \left\{ \frac{3}{2} \right\}$$



Äquivalente Gleichungen

Du darfst auf beiden Seiten einer Gleichung

- die gleiche Zahl addieren oder subtrahieren,
- mit der gleichen Zahl ($z \neq 0$) multiplizieren oder dividieren,

dann erhältst du eine neue Gleichung, die die gleiche Lösungsmenge besitzt wie die ursprüngliche Gleichung.

Man nennt Gleichungen, die die gleiche Lösungsmenge besitzen auch äquivalent.

Damit schaffe ich es immer ,
die Gleichung so zu
vereinfachen, bis ich die
Lösung direkt sehe!

$x = \dots$

Also x allein auf eine Seite!





Gleichungen mit x auf beiden Seiten

$$9 - 2x = 4x - 3$$

| +2x

x auf eine Seite !

auf beiden Seiten 2x addieren

$$9 = 6x - 3$$

| +3

auf beiden Seiten 3 addieren

$$12 = 6x$$

| :6

beide Seiten mit 6 dividieren

$$2 = x$$

die Lösungsmenge ist $L = \{2\}$

$$L = \{2\}$$

Pr obe : $9 - 2 \cdot 2 \stackrel{?}{=} 4 \cdot 2 - 3$

$$5 = 5 \quad \text{korrekt}$$



Gleichungen mit Klammern

$$2(x + 4) = 4x$$

die Klammern auflösen

$$2x + 8 = 4x$$

| $-2x$

auf beiden Seiten $2x$ subtrahieren

$$8 = 2x$$

| $:2$

beide Seiten mit 2 dividieren

$$4 = x$$

die Lösungsmenge ist $L = \{4\}$

$$L = \{4\}$$

Pr o b e : $2(4 + 4) \stackrel{?}{=} 4 \cdot 4$

$$16 = 16 \quad \text{korrekt}$$



Gleichungen mit Klammern

$$2(x + 4) + x + 1 = 4(x - 2) + 3$$

die Klammern auflösen

$$2x + 8 + x + 1 = 4x - 8 + 3$$

gleichartige Terme zusammenfassen

$$3x + 9 = 4x - 5 \quad | +5$$

auf beiden Seiten +5 addieren

$$3x + 14 = 4x \quad | -3x$$

von beiden Seiten 3x subtrahieren

$$14 = x$$

die Lösungsmenge ist {14}

$$L = \{14\}$$

Probe: $2(14 + 4) + 14 + 1 \stackrel{?}{=} 4(14 - 2) + 3$
 $51 = 51$ korrekt



Übung: Terme zusammenfassen

$$2x + 3x = 5x$$

$$2x - 3x = -x$$

$$-11x + 13x - x - 7x + 5x = -1x = -x$$

$$\frac{1}{2}x + x - \frac{1}{3}x = \frac{3}{6}x + x - \frac{2}{6}x = 1\frac{1}{6}x = \frac{7}{6}x$$

$$-\frac{1}{2}x - x - \frac{1}{3}x = -\frac{3}{6}x - \frac{6}{6}x - \frac{2}{6}x = -\frac{11}{6}x = -1\frac{5}{6}x$$

$$-x + 3 - x - 7 + 5x - 5 = -9 + 3x$$

$$1,2x - 0,5x + 2,6x = 3,3x$$

$$2(x + 3) - 5(x - 1) = 2x + 6 - (5x - 5) =$$

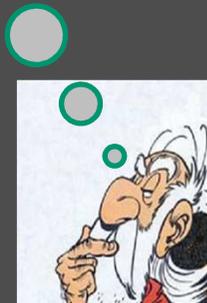
$$2x + 6 - 5x + 5 = -3x + 11$$

$$-(x + 3) + 5(x - 1) - 3(2 - x) = -x - 3 + 5x - 5 - 6 + 3x =$$

$$-x - 3 + 5x - 5 - 6 + 3x = 7x - 14$$

Das muss ich
mir merken:

$$-x = (-1)x = -1x$$





Termumformungen

$$x+y = y+x$$

$$x \cdot y = y \cdot x$$

Kommutativgesetze

$$x+y+z = (x+y)+z=x+(y+z)$$

Assoziativgesetze

$$x \cdot y \cdot z = (x \cdot y) \cdot z = x \cdot (y \cdot z)$$

$$x \cdot (y+z) = x \cdot y + x \cdot z$$

Distributivgesetze

$$x \cdot (y-z) = x \cdot y - x \cdot z$$

$$(x+y) \cdot z = x \cdot z + y \cdot z$$

$$(x-y) \cdot z = x \cdot z - y \cdot z$$

Um Gleichungen sicher lösen zu können musst du sicher mit Termen umgehen können.

Also: alle Rechengesetze üben!





Das Weglassen der \cdot Zeichen bei Produkten

$$3 \cdot x = 3x$$

$$3 \cdot 6 \cdot x = 3 \cdot 6x = 18x = 18 \cdot x$$

$$3 \cdot (2 \cdot x + 1) = 3 \cdot (2x + 1) = 3(2x + 1) = 6x + 3$$

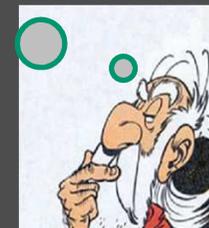
$$a \cdot b \cdot c = abc$$

$$3ac = 3 \cdot a \cdot c$$

$$2 \cdot x \cdot (y - z) = 2x(y - z)$$

$$2 \cdot (x - 1) \cdot (y - z) = 2(x - 1)(y - z)$$

Malzeichen kann man
weglassen, wenn es keine
Verwechslungen geben
kann!





Gleichungen mit Klammern

$$4 + 3(x + 1) = 2(x - 1) + 3$$

die Klammern auflösen

Merke: $3(x+1) = 3x+3$

$$4 + 3x + 3 = 2x - 2 + 3$$

Zahlen zusammenfassen

$$7 + 3x = 2x + 1 \quad | -2x$$

x auf eine Seite !

$$7 + x = 1 \quad | -7$$

von beiden Seiten 7 subtrahieren

$$x = -6$$

die Lösungsmenge ist $\{-6\}$

$$L = \{-6\}$$

Probe : $4 + 3(-6 + 1) = 2(-6 - 1) + 3$

$$4 + 3 \cdot (-5) = 2 \cdot (-7) + 3$$

$$-11 = -11 \quad \text{korrekt}$$



Gleichungen mit Klammern

$$4 - 3(x + 1) = -2(x - 1) + 3$$

die Klammern auflösen

Merke: $-2(x+1) = (-2)(x+1)$

$$4 - 3x - 3 = -2x + 2 + 3$$

Zahlen zusammenfassen

$$1 - 3x = -2x + 5 \quad | +3x$$

x auf eine Seite !

$$1 = x + 5 \quad | -5$$

von beiden Seiten 5 subtrahieren

$$-4 = x$$

die Lösungsmenge ist $\{-4\}$

$$L = \{-4\}$$

Probe: $4 - 3(-4 + 1) = -2(-4 - 1) + 3$

$$4 - 3(-3) = -2(-5) + 3$$

$$13 = 13 \quad \text{korrekt}$$



Allgemeingültige Gleichungen

$$x=x$$

| -x

x auf eine Seite !

$$0=0$$

wahr!

Das ist eine wahre Aussage !

$$L = \mathbb{Q}$$

Du kannst alle rationalen Zahlen für x einsetzen und erhältst immer eine korrekte Aussage!

Probe : $13 = 13$ korrekt

$-5,2 = -5,2$ korrekt

$1\frac{2}{3} = 1\frac{2}{3}$ korrekt

$0 = 0$ korrekt

..... u.S.W.



Allgemeingültige Gleichungen

$$8x-6=2(2x-3)+4x$$

die Klammern auflösen

$$8x-6=4x-6+4x$$

gleichartige Terme zusammenfassen

$$8x-6=8x-6$$

| +6

auf beiden Seiten +6 addieren

$$8x=8x$$

| -8x

x auf eine Seite !

$$0=0 \quad \text{wahr!}$$

Das ist eine wahre Aussage !

$$L = \mathbb{Q}$$

Du kannst alle rationalen Zahlen für x einsetzen und erhältst immer eine korrekte Aussage!



Gleichungen, die keine Lösungen besitzen

$$x = x + 1$$

| -x

$$0 = 1$$

falsch!

$$L = \{ \}$$

x auf eine Seite !

Das ist eine falsche Aussage !

Du kannst alle rationalen Zahlen für x einsetzen und erhältst **niemals** eine korrekte Aussage!
Die Lösungsmenge ist leer!

Probe: $4 = 5$ falsch

$-3,2 = -2,2$ falsch

$1\frac{2}{3} = 2\frac{2}{3}$ falsch

$0 = 1$ falsch

..... u.S.W.



Gleichungen, die keine Lösungen besitzen

$$3-4(x-1) = -5(x+1)+x+13$$

die Klammern auflösen

Merke: $-2(x+1)=(-2)(x+1)$

$$3-4x+4 = -5x-5+x+13$$

Zahlen zusammenfassen

$$7-4x = -4x+8 \quad | +4x$$

x auf eine Seite !

$$7 = 8 \quad | \text{falsch!}$$

$$L = \{ \}$$

Immer wenn ich durch Äquivalenzumformungen zu einer falschen Aussage gelange, ist die Gleichung nicht lösbar und damit ist die Lösungsmenge leer!





NvKG Bernkastel-Kues

Mathematik – Gleichungen Fachlehrer : W. Zimmer





NvKG Bernkastel-Kues

Mathematik – **Gleichungen** Fachlehrer : W. Zimmer

