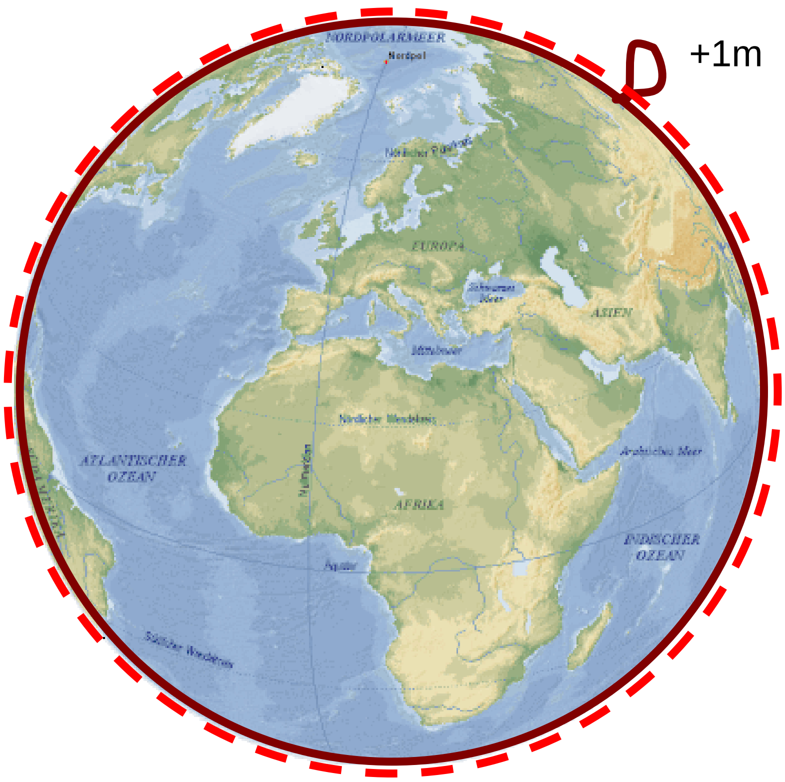
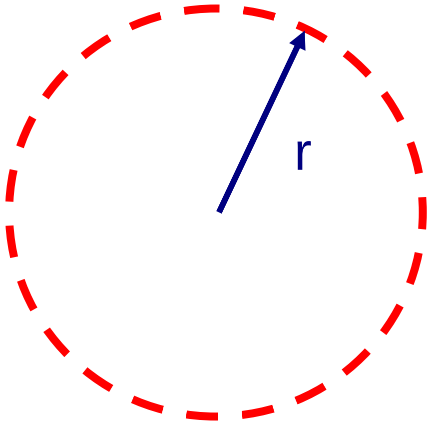
Man denke sich ein Seil stramm um die Erdkugel gespannt. Es hat dann eine Länge L=42000km.

Nun gibt man 1m Seil dazu und hebt das neue Seil gleichmäßig von der Erdoberfläche ab. Passt dann eine Maus unter diesem Seil hindurch ?



Lösung:

$$R = \frac{42000000m}{2\pi} \approx 6684507{,}61m$$



l=42000001m

$$2\pi r = 42000001$$

$$\Rightarrow r = \frac{42000001m}{2\pi} \approx 6684507{,}77m$$

Die Höhe des Seils über dem Boden ist dann

$$h \approx 0{,}16m$$

d.h. eine Maus passt locker darunter hindurch.

Wenn man die Rechnung allgemein durchführt:

$$R = \frac{U}{2\pi}$$

$$2\pi r = U + 1$$

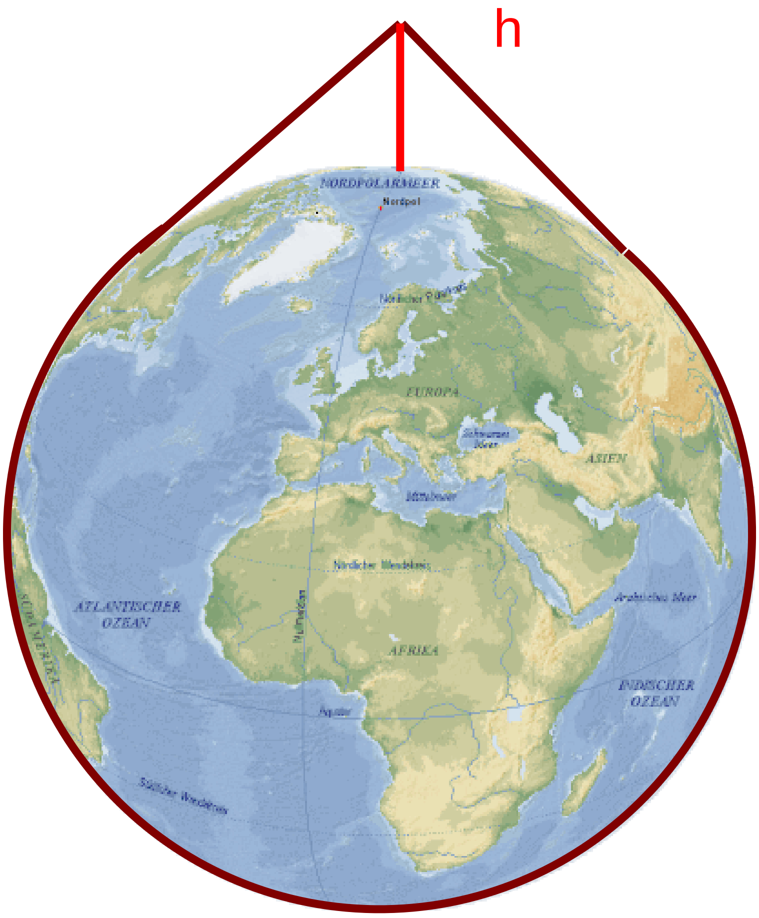
$$\Rightarrow r = \frac{U+1}{2\pi} = \frac{U}{2\pi} + \frac{1}{2\pi} = R + \frac{1}{2\pi}$$

$$\Rightarrow h = \frac{1}{2\pi}$$

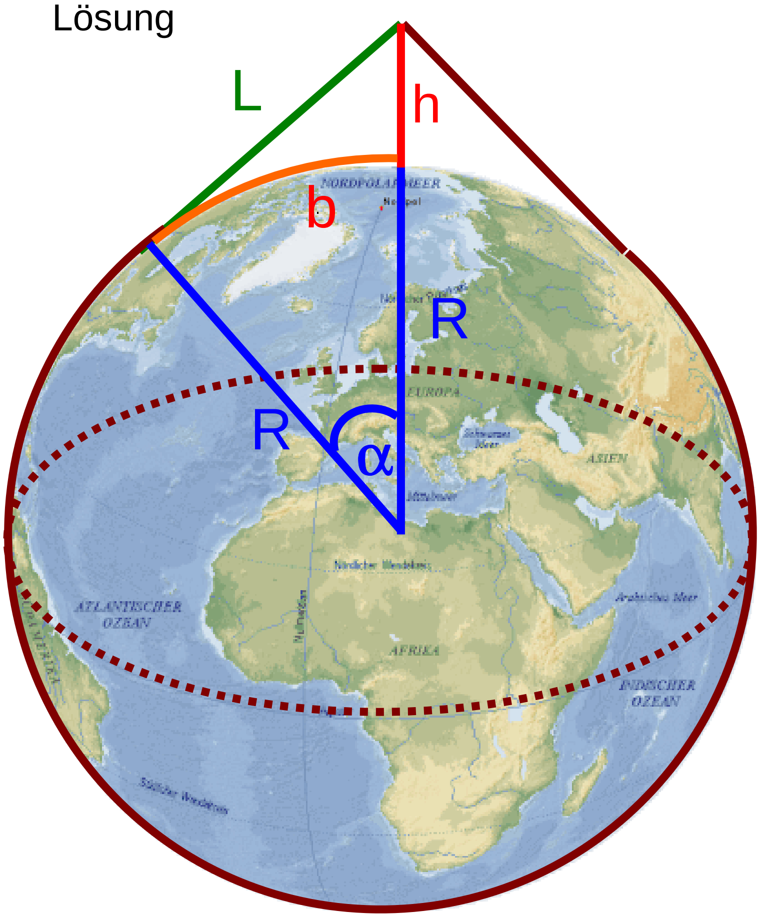
dann sieht man, dass die Höhe h des Seils über der Kugeloberfläche unabhängig vom Radius R bei jeder Kugel gerade

$$h = \frac{1}{2\pi} \approx 0{,}16$$ beträgt.

Ein Seil wird straff um die Erde gespannt und dann um 1m verlängert. Wie hoch kann man es dann in einer Richtung nach oben anheben ?



Lösung



$$\cos\widehat{\alpha} = \frac{R}{R+h} \quad \Rightarrow \widehat{\alpha} = \arccos\frac{R}{R+h}$$

$$\frac{b}{R} = \widehat{\alpha} \qquad L = \sqrt{(R+h)^2 - R^2}$$

also: $b = R \cdot \widehat{\alpha}$

Wegen $L = b + \frac{1}{2}$ folgt : $\sqrt{(R+h)^2 - R^2} = R \cdot \arccos\frac{R}{R+h} + \frac{1}{2}$

Lösung mit Derive:

```
#1:    √((6380 + h)^2 − 6380^2) = 6380·ACOS(6380/(6380 + h)) + 0.0005

#2:    NSOLVE(√((6380 + h)^2 − 6380^2) = 6380·ACOS(6380/(6380 + h)) + 0.0005, h, Real)

#3:                                                  h = 0.1214083587
```

also $h \approx 121\,\mathrm{m}$

Wie kann man diese Gleichung näherungsweise lösen?

Hinweis:

$$\operatorname{crc}\cos(x) = \frac{\pi}{2} - \left[x + \frac{x^3}{2 \cdot 3} - \frac{1 \cdot 3 \cdot x^5}{2 \cdot 4 \cdot 5} + \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot x^5}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 7} - + ... \right]$$