

Name :

- I) Gegeben ist die GRF f mit der Funktionsgleichung $f(x) = x^3 - 5x^2 + 5x + 3$
- 1.1 Bestimme das Verhalten von f für $x \rightarrow \pm\infty$
 - 1.2 Bestimme die Nullstellen von f (Hinweis: Eine NST ist positiv und ganzzahlig !)
Faktorisiere damit f so weit als möglich !
 - 1.3 Berechne die Funktionswerte $f(0)$; $f(-2)$ und $f(2,5)$
 - 1.4 Skizziere mit den Ergebnissen 1.1-1.3 qualitativ den Verlauf von G_f in einem geeigneten Koordinatensystem

II)

- 2.1 Skizziere jeweils den Graphen zu f und g in ein Koordinatensystem. (Einheiten auf der y - Achse müssen nicht angegeben werden.)
 - a) $f(x) = (x - 2)^3 \cdot (x + 0,5) \cdot (x + 3)^2$
 - b) $g(x) = -3(x + 1) \cdot (x - 3)^2$
- 2.2 Gib drei GRF verschiedenen Grades an, die alle genau vier Nullstellen haben und
zwar bei $x = 4$; $x = \frac{\sqrt{5}}{2}$; $x = -1,5$ und $x = -2$
- 2.3 Zeige, dass der Graph G_f einer GRF n -ten Grades und der Graph G_h einer konstanten Funktion (d.h. einer GRF 0. Grades) maximal n gemeinsame Schnittpunkte haben.

III) Gegeben ist die Funktion g mit $g(x) = \sqrt{4x - 2}$

- 3.1 Bestimme den maximalen Definitionsbereich D_g
- 3.2 Bestimme $g'(2)$ indem du den Grenzwert des Differenzenquotienten an der Stelle $x=2$ bestimmst.
- 3.3 Bestimme $g'(x)$ indem du den Grenzwert des Differenzenquotienten an einer beliebigen Stelle x bestimmst. (Zur Kontrolle : $g'(x) = \frac{4}{2\sqrt{4x-2}}$)
Für welches $x \in D_g$ ist g nicht differenzierbar ?
- 3.4 Bestimme $g'(0,5000001)$ und interpretiere das Ergebnis.

IV) Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = 2,7182818^x$ $D_f = \mathbb{R}$

4.1 Bestimme $f(2)$.

Bestimme dann näherungsweise die Steigung der Tangente an der Stelle $x=2$

indem du den Wert des Differenzenquotienten für $h=0,000001$ berechnest. Was fällt dir auf ?

V) Gegeben ist die Funktion h mit $h(x) = x^4$ $D_h = \mathbb{R}$

5.1 Skizziere den Graphen zu h

5.2 Im Unterricht hatten wir gezeigt, dass $h'(x) = 4x^3$ für alle $x \in D_h$ ist.

Wie lautet die Funktionsgleichung der Tangente zu G_h an der Stelle $x=1$?
(Tangente einzeichnen!)

5.3 Drücke folgende symbolischen Schreibweisen verbal aus:

a) $h'(-2) = -32$

b) $h(0) = 0$

c) $h'(x) > 0$ für alle $x > 0$

d) $\lim_{x \rightarrow -\infty} h(x) = \infty$

e) $h(x) = h(-x)$ für alle $x \in \mathbb{R}$

f) $h'(0) = 0$

VI)

6.1 Berechne folgende Summen : $2+4=$ $2+4+6=$ $2+4+6+8=$

6.2 Zeige mit Hilfe der vollständigen Induktion

$$\text{Für alle } n \in \mathbb{N} \text{ gilt : } 2 + 4 + 6 + 8 + 10 + \dots + (2 \cdot n) = n(n+1)$$