

Das Ziegenproblem

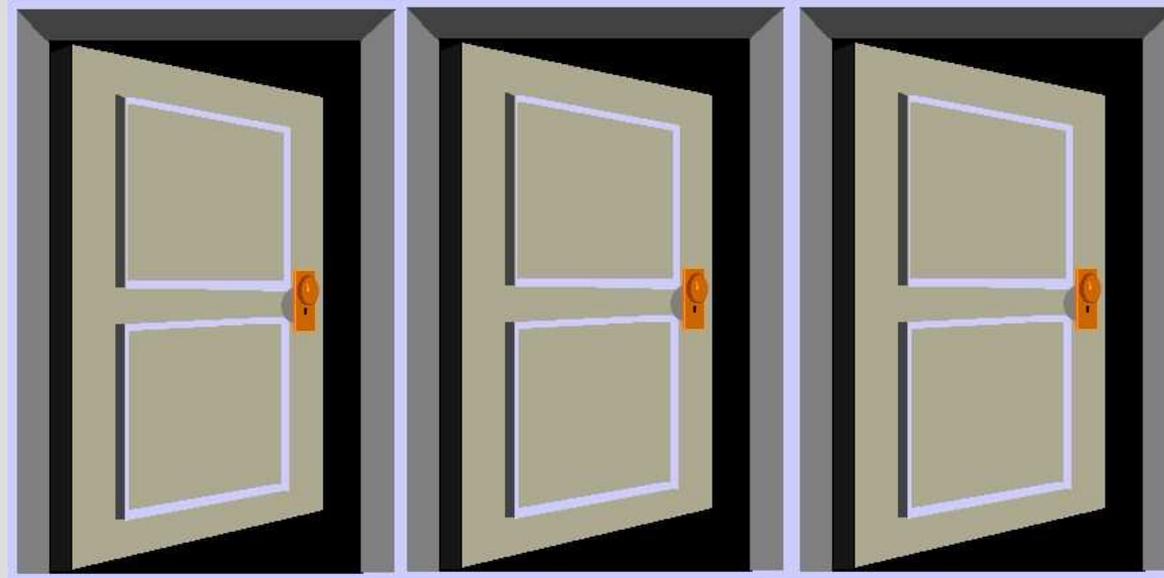
© DIE ZEIT 18.11.2004 Nr.48

18. November 2004

DIE ZEIT Nr. 48

Das Rätsel der drei Türen

Am so genannten Ziegenproblem bissen sich sogar Nobelpreisträger die Zähne aus. Deutsche Forscher haben endlich



Tür 1

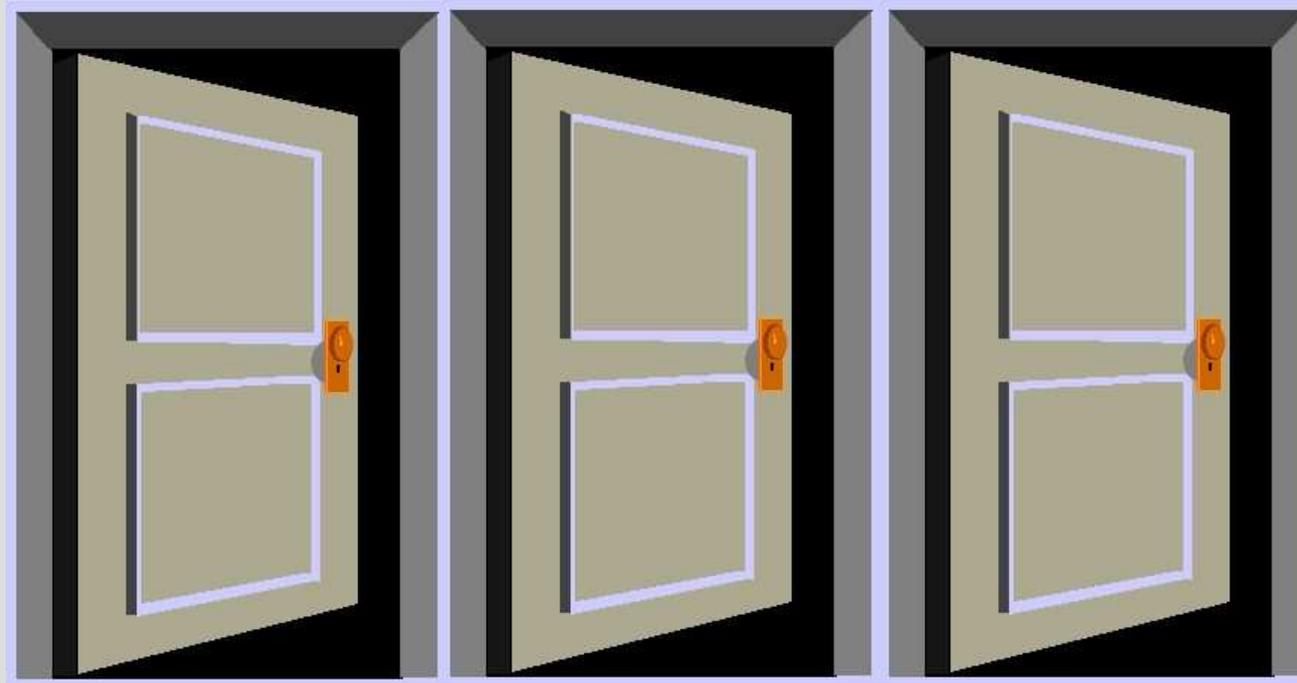
Tür 2

Tür 3

Das Ziegenproblem

© DIE ZEIT 18.11.2004 Nr.48

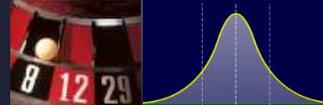
Du bist Kandidat einer Fernsehshow. Als Sieger darfst du eine von drei verschlossenen Türen auswählen. Hinter einer der Türen wartet der Hauptgewinn, ein prachtvolles Auto, hinter den anderen beiden steht jeweils eine meckernde Ziege.



Tür 1

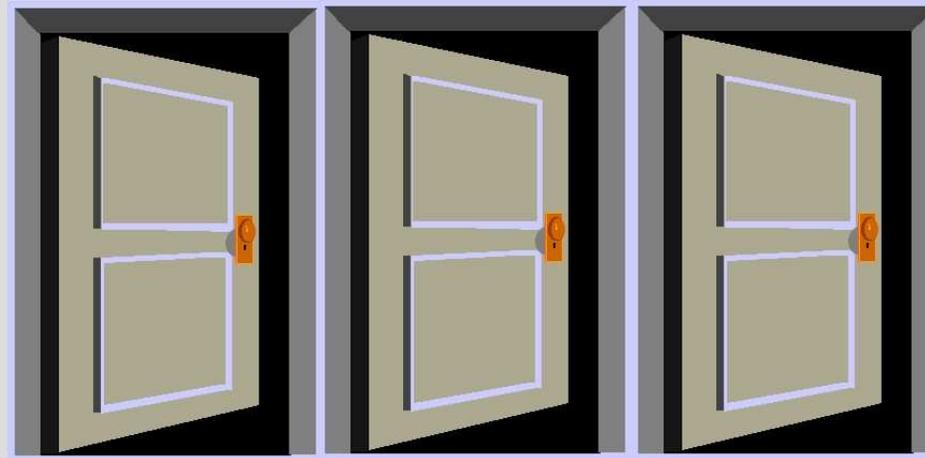
Tür 2

Tür 3



Das Ziegenproblem

© DIE ZEIT 18.11.2004 Nr.48



Tür 1

Tür 2

Tür 3

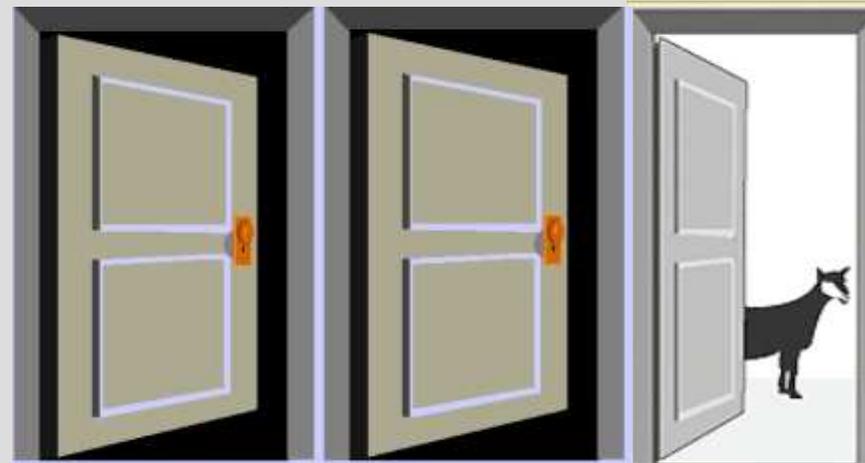
Frohgemut zeigst du auf eine der Türen, sagen wir **Nummer eins**.

Doch der Showmaster, der weiß, hinter welcher Tür sich das Auto befindet, lässt sie nicht sofort öffnen, sondern sagt geheimnisvoll:

„Ich zeige dir mal was!“

Das Ziegenproblem

© DIE ZEIT 18.11.2004 Nr.48



Tür 1

Tür 2

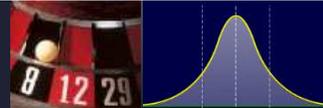
Tür 3

Er lässt eine andere Tür öffnen, sagen wir **Nummer drei** – und hinter dieser steht eine Ziege und glotzt erstaunt ins Publikum.

Nun fragt der Showmaster lauernd:

„Bleibst du bei Tür Nummer eins, oder wählst du doch lieber Nummer zwei?“

Was sollst du tun?



Das Ziegenproblem

© DIE ZEIT 18.11.2004 Nr.48

Die amerikanische Autorin **Marilyn vos Savant**, die als Frau mit dem höchsten je gemessenen IQ gilt, stellte das Ziegenproblem im Jahre 1990 in ihrer regelmäßigen Magazin-Kolumne vor und löste damit eine weltweite Debatte aus, die bis heute anhält.

Die richtige Antwort lautet: Es ist besser, die Tür zu wechseln. Doch Marilyn vos Savant gelang es nicht, ihre Leser davon zu überzeugen.

Das bewies der zumeist wütende Tenor von rund zehntausend Zuschriften («Die Niete sind Sie!«).

Selbst zwei Drittel der Briefschreiber aus Universitäten waren gegen sie.

Das Ziegenproblem

© DIE ZEIT 18.11.2004 Nr.48

Ähnlich stark war die Resonanz auf zwei Artikel in der *ZEIT*.

18. November 2004

DIE ZEIT Nr. 48

Das Rätsel der drei Türen

Am so genannten Ziegenproblem bissen sich sogar Nobelpreisträger die Zähne aus. Deutsche Forscher haben endlich

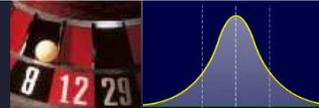
Am Ende entschloss sich deren Autor gar, dem Thema ein eigenes Buch zu widmen (**Gero von Randow: *Das Ziegenproblem***, Rowohlt Verlag).

[Simulation 1](#)

[Simulation 2](#)

[Simulation 3](#)



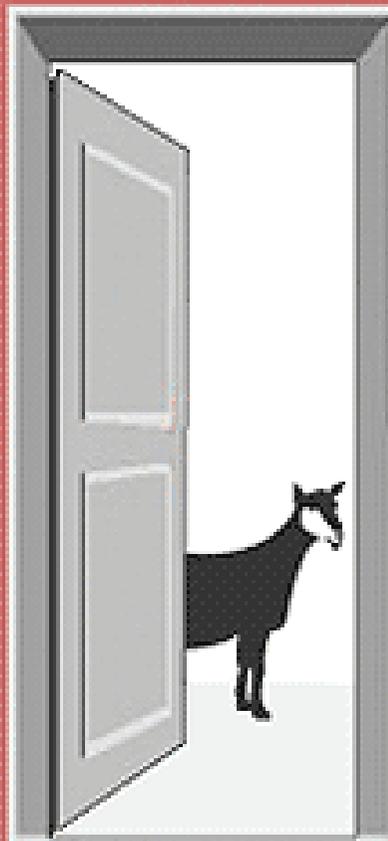


Das Ziegenproblem ganz einfach

© DIE ZEIT 18.11.2004 Nr.48

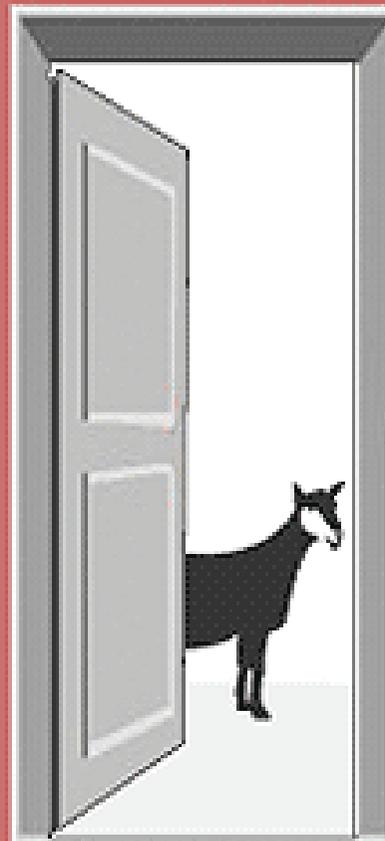
1. Möglichkeit

Tür 1



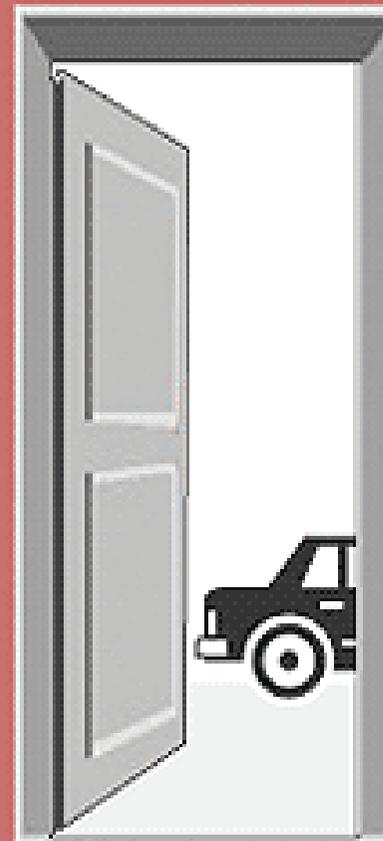
Du wählst Tür Nr. 1

Tür 2



Der Moderator
öffnet Tür Nr. 2

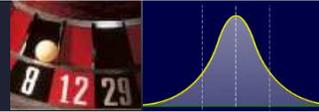
Tür 3



In diesem Fall
gewinnst du
das Auto,
wenn du

wechselst

bleibst

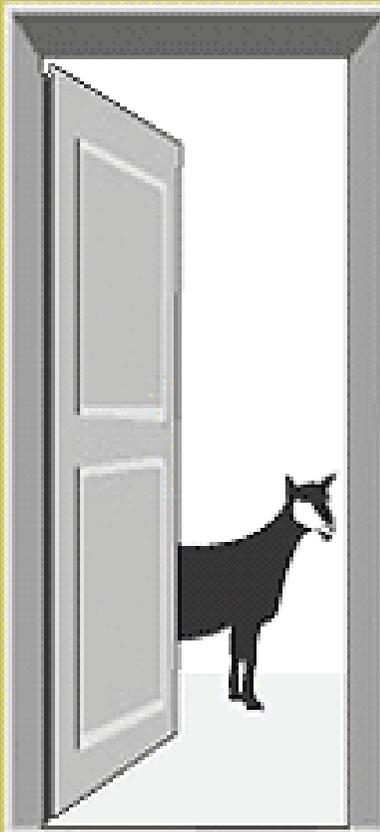


Das Ziegenproblem ganz einfach

© DIE ZEIT 18.11.2004 Nr.48

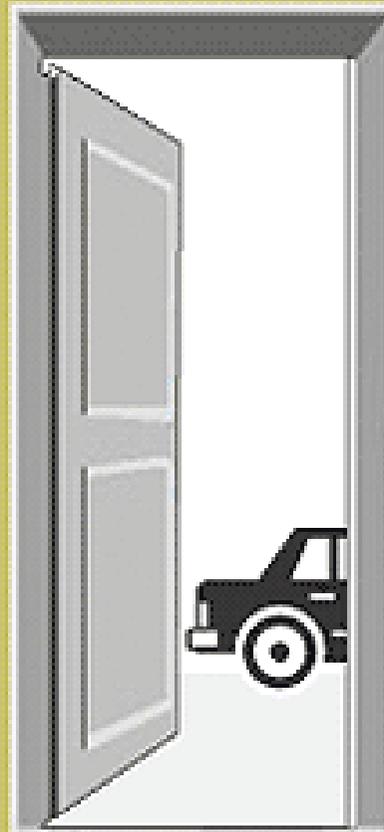
2. Möglichkeit

Tür 1

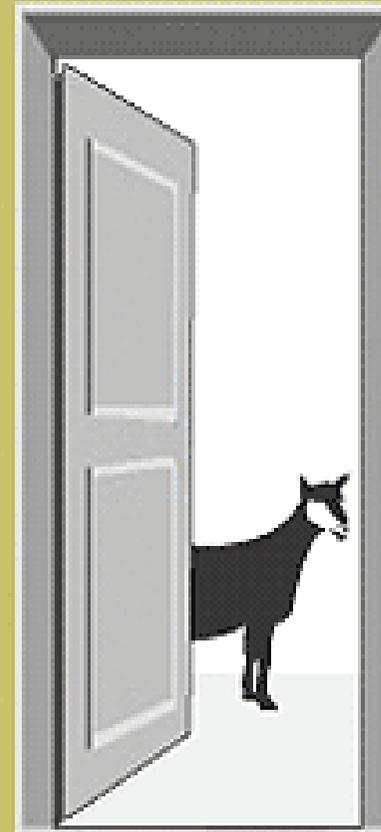


Du wählst Tür Nr. 1

Tür 2



Tür 3

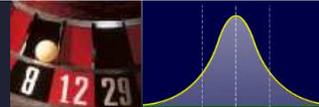


Der Moderator
öffnet Tür Nr. 3

In diesem Fall
gewinnst du
das Auto,
wenn du

wechselst

bleibst

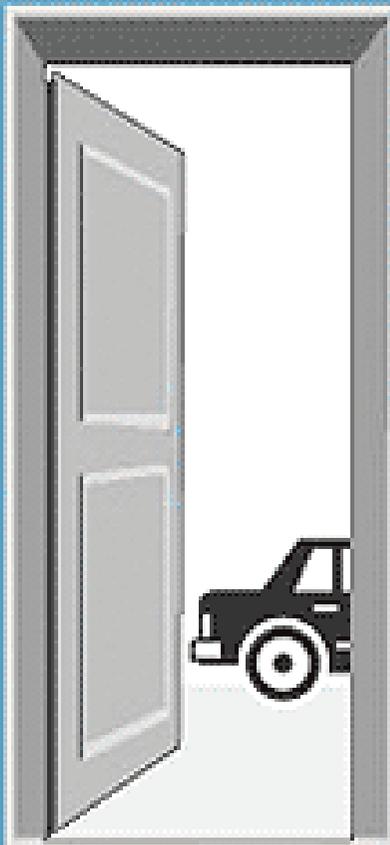


Das Ziegenproblem ganz einfach

© DIE ZEIT 18.11.2004 Nr.48

3. Möglichkeit

Tür 1



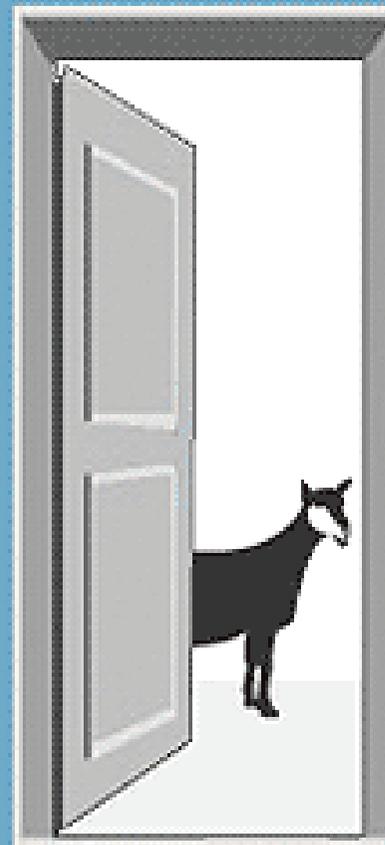
Du wählst Tür Nr. 1

Tür 2



Hier ist es egal, welche Tür der Moderator öffnet

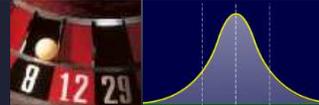
Tür 3



In diesem Fall
gewinnst du
das Auto,
wenn du

wechselst

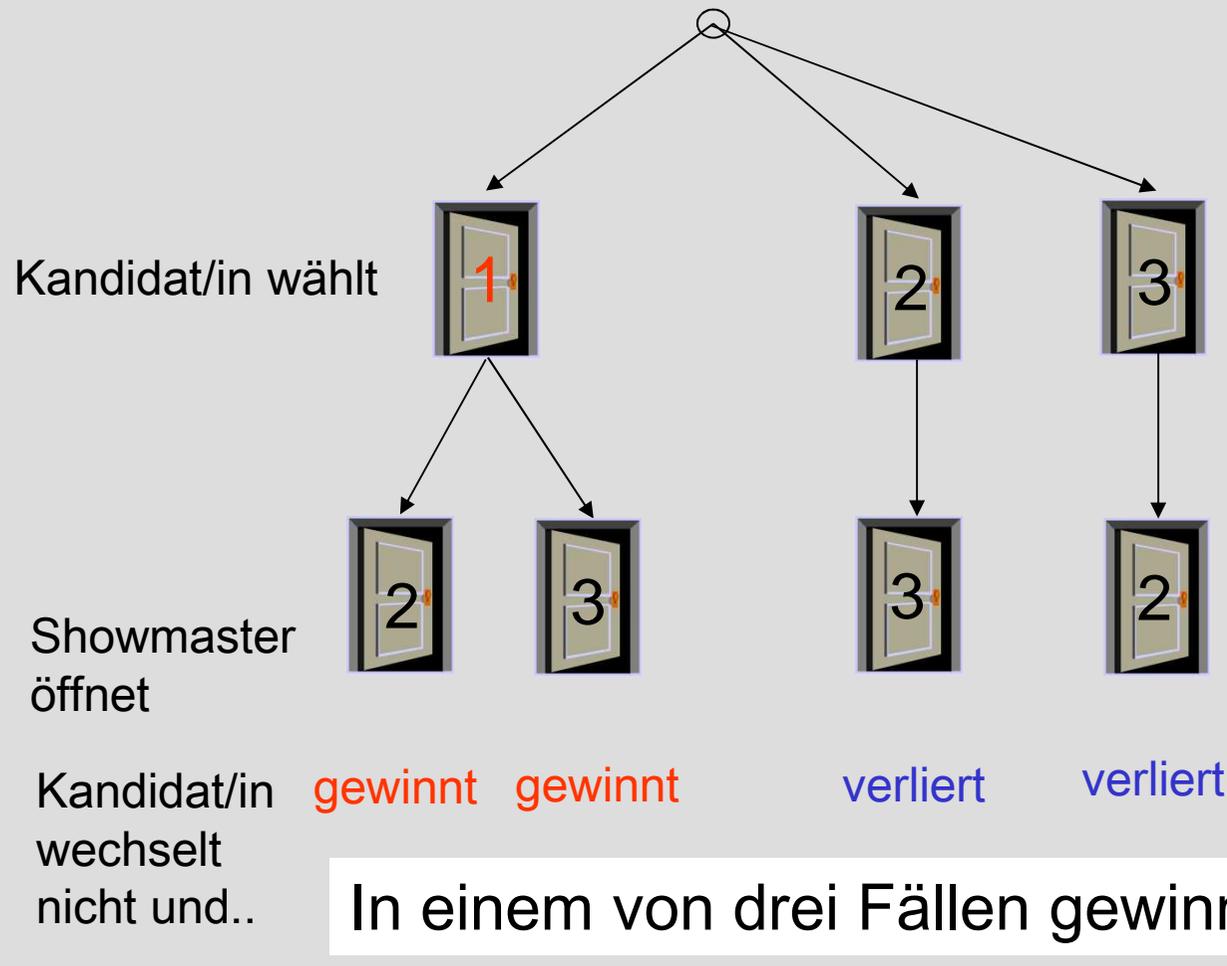
bleibst

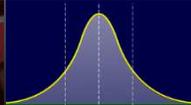


Das Ziegenproblem

Annahme : Das Auto befindet sich hinter der Tür 1.

Strategie: nicht wechseln

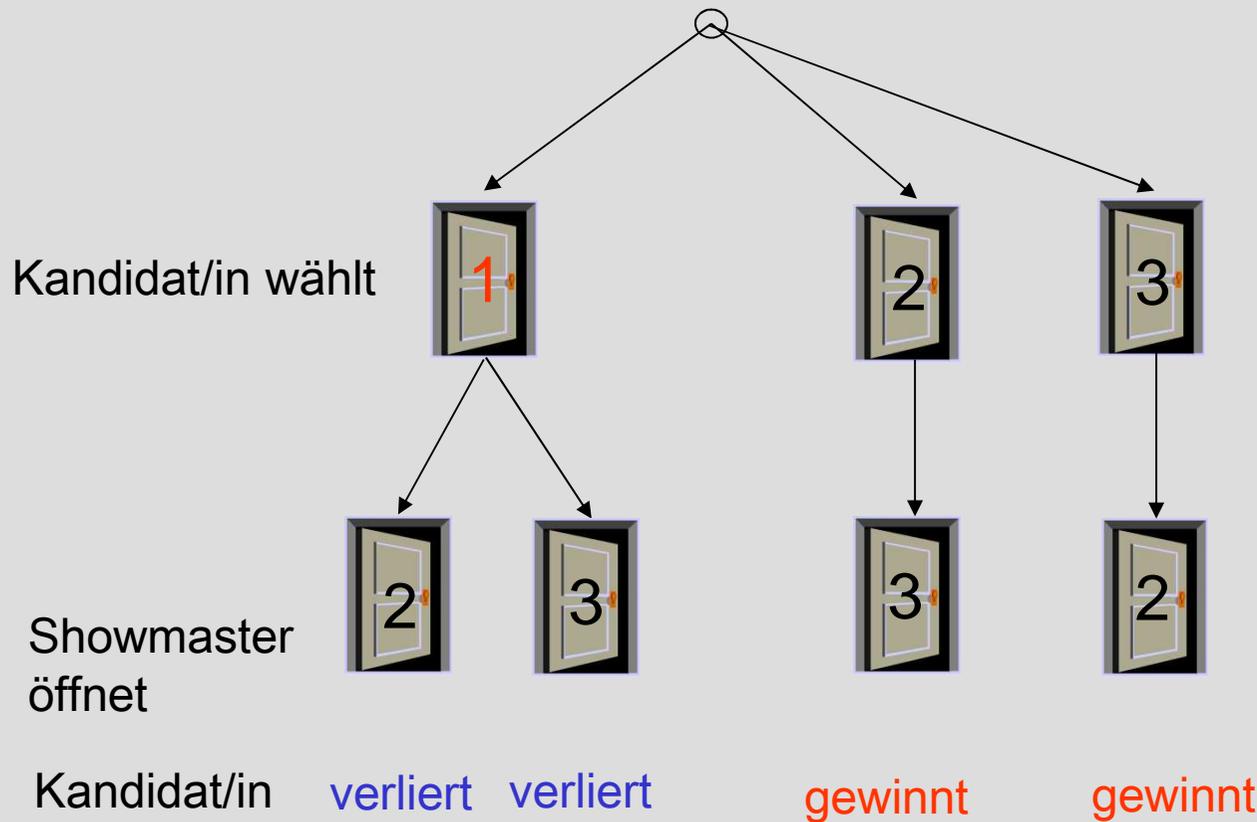




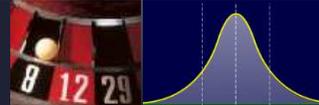
Das Ziegenproblem

Annahme : Das Auto befindet sich hinter dem Tor A.

Strategie: wechseln



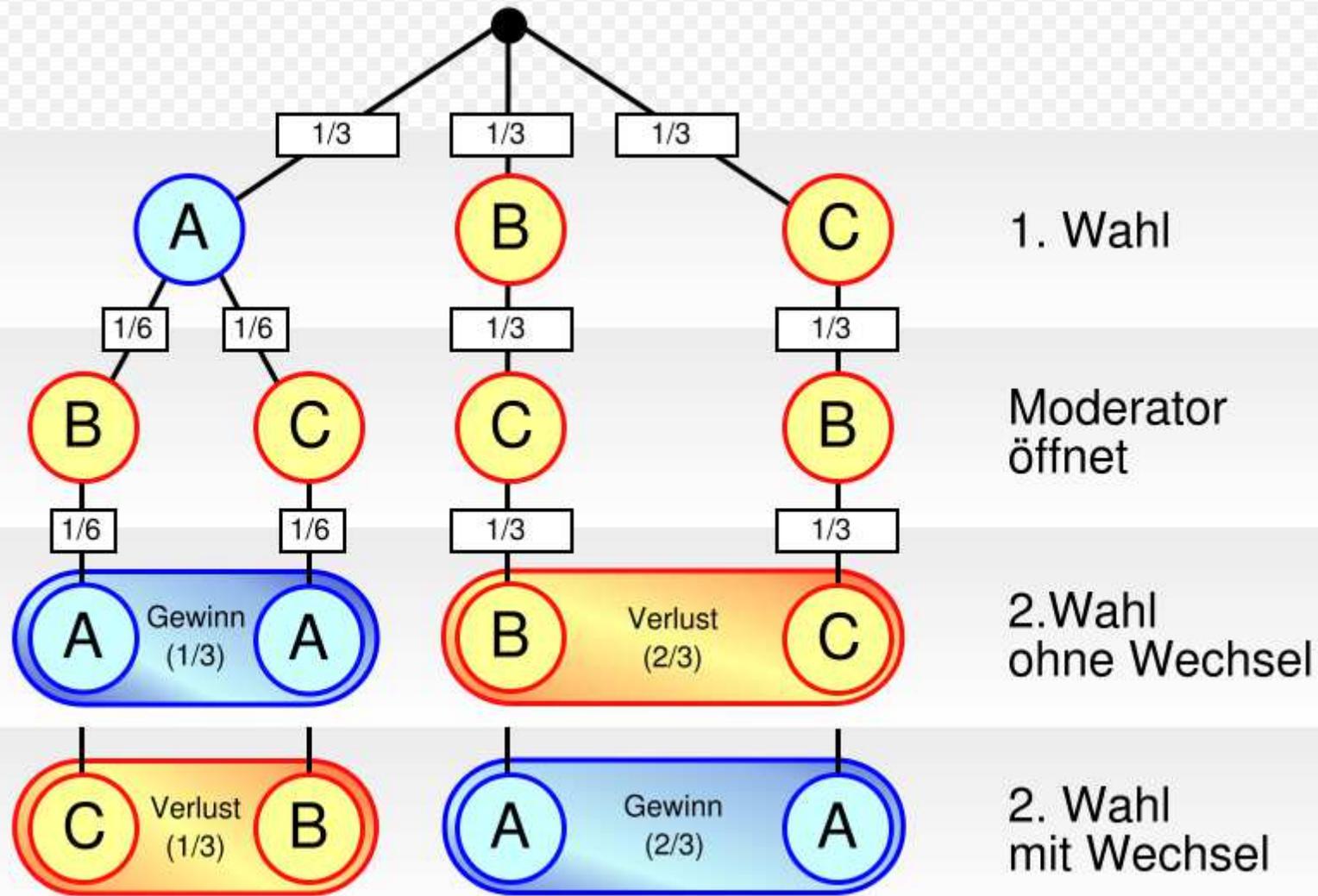
In zwei von drei Fällen gewinnt man ! $P(G) = \frac{2}{3}$

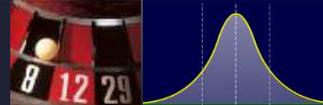


Das Ziegenproblem

aus Wikipedia

Annahme bei diesem Entscheidungsbaum:
Das Auto befindet sich hinter dem Tor A.





Das Ziegenproblem: Lösung mit dem Satz von Bayes

E : Ist das Ereignis „Ich habe **Erfolg**, d.h. das **Auto steht hinter der gewählten Tür**“.

Da sich das Auto hinter einer von 3 Türen verbirgt ist
 $P(E) = 1/3$

G : Ist das Ereignis „Die Tür bleibt nach der Entscheidung des Quizmasters **geschlossen**“.

Da der Quizmaster eine von zwei verschlossenen Türen öffnet (natürlich eine, hinter der eine Ziege verbirgt), ist
 $P(G) = 1/2$

G/E : „Die Tür bleibt nach der Entscheidung des Quizmasters **geschlossen**, wenn das **Auto hinter dieser Tür steht**“ .

Da der Quizmaster nur dann eine Tür öffnet, wenn hinter ihr kein Auto steht, ist $P(G/E) = 1$

Das Ziegenproblem: Lösung mit dem Satz von Bayes

E : Ist das Ereignis „Ich habe **Erfolg**, d.h. das **Auto steht hinter der gewählten Tür**“.

G : Ist das Ereignis „Die Tür bleibt nach der Entscheidung des Quizmasters **geschlossen**“.

E / G : „Das **Auto steht hinter der Tür**, die nach der Entscheidung des Quizmasters **geschlossen** bleibt“ .

$P(\mathbf{E} / \mathbf{G})$ ist die Wahrscheinlichkeit, die wir suchen.

Eingesetzt in die Formel von Bayes ergibt sich:

$$P(\mathbf{E} | \mathbf{G}) = \frac{P(\mathbf{G} | \mathbf{E}) \cdot P(\mathbf{E})}{P(\mathbf{G})} = \frac{1 \cdot \frac{1}{3}}{\frac{1}{2}} = \frac{2}{3}$$