ABI-Übung Kunterbunt (wird noch erweitert !)

2.1	$f(x)=\begin{cases} 4(1-x)e^{x-1} & x\le 1 \\ -\dfrac{4\ln x}{x} & x>1 \end{cases}$ Bestimme f'(x) und untersuchen Sie, ob f' an der Stelle x=1 existiert.
2.2	Bestimme $\int 4(1-x)e^{x-1}dx$
2.3	$f(x)=\dfrac{2e^x}{2-e^x}$ $x\neq 2$; $g(x)=\dfrac{e^x-e^{-x}}{e^x+e^{-x}}$ Begründe, warum f und g umkehrbar sind und bestimme die Umkehrfunktionen $\tilde{f}$ und $\tilde{g}$
2.4	Bestimme $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{e^x-e^{-x}}{e^x+e^{-x}}$ $\lim\limits_{x\to\infty} e^{-x}(a-e^{-x})$ $\lim\limits_{x\to-\infty} e^{-x}(a-e^{-x})$
2.5	Bestimme eine Stammfunktion zu $h(x)=\ln\dfrac{x+2}{x^2}$; $x>2$
2.6	Zeige, dass der Graph zu $f_a(x)=\dfrac{5e^{ax}}{1+e^{ax}}$ punktsymmetrisch zu (0; 2,5) ist.
2.7	Auf welchen Kurven liegen folgende Punkte ? $P(-2k/\dfrac{1}{4k})$ $Q(-\dfrac{1}{2a}/-4e^{-0,5\sqrt{\frac{1}{a^2}}})$
2.8	Bestimme die Gleichung der Wendetangente zu $f(x)=2\dfrac{x+1}{e^{2x}}$
2.9	Bestimme eine Stammfunktion zu $f(x)=2\dfrac{x+1}{e^{2x}}$
2.10	Bestimme eine Stammfunktion zu $h(x)=\ln\dfrac{x}{4-x}$ Hinweis: $\int \ln x\,dx = x\ln x - x + c$
2.11	Bestimme eine Stammfunktion zu $k(x)=\dfrac{3}{2(2-x)}$;$x\neq 2$ Hinweis: geeignete Substitution wählen.
2.12	Für die Funktionen der Schar $f_a(X)=\dfrac{2e^x}{a+e^{2x}}$;$a\in\mathbb{R}^+$ gilt $f_a(\ln\sqrt{a}+x)=f_a(\ln\sqrt{a}-x)$ (Nachweis !) Interpretieren Sie die Bedeutung dieser Beziehung.
2.13	Bestimme die Ableitung von $f_a(x)=(ax-1)\cdot e^{1-ax^2}$

2.14	Bestimme $\int 4e^{-x}(a-e^{-x})dx$
2.15	Leite ab: $f(x)=\ln x(\ln x+x)$ $g(x)=(\ln x)^3$ $h(x)=e^{\sqrt{x}}$
2.16	Bestimme eine Stammfunktion zu f(x)=lnx Hinweis: Schreibe lnx als Produkt (TRICK!) und Integriere partiell
2.17	Bestimme $\int xe^x dx$ $\int x^2e^x dx$ $\int x^3e^x dx$
2.18	Der Funktionsgraph zu g(x) ist achsensymmetrisch zum Graphen von $f(x)=(1-x)e^{-x}$ bzgl. der x-Achse (der y-Achse) Wie lautet die Funktionsgleichung von g jeweils ?
2.19	Gegeben ist die Funktionenschar $f_a(x)=(x-a)\cdot\ln x$; $x\in\mathbb{R}^+$;$a\in\mathbb{R}$ Zeige, dass sich alle Scharkurven in genau einem Punkt S schneiden und gib die Koordinaten von S an.
2.20	Auf welcher Kurve liegen alle Punkte $P_a(\ln(1-a)/1+a^2)$;$0<a<1$
2.21	Die Funktion $f_1(x)=-2(e^x-1)^2$; $x\in\mathbb{R}$ ist im Intervall $]0;\infty[$ umkehrbar. a) Begründe diese Aussage b) Bestimme die Umkehrfunktion Mache dir klar, wie du den richtigen Zweig der Umkehrfunktion findest !
2.22	Bestimme den maximalen Definitionsbereich der Funktion $f(x)=\dfrac{1}{(x+1)\cdot\ln(x+1)}$
2.23	Bestimme die Nullstellen von $g_k(x)=\ln\dfrac{x^2+k^2}{x}$ $k\in\mathbb{R}^+$; $x\in\mathbb{R}^+$ Fallunterscheidung!
2.24	Berechne die Funktionswerte $f_a(x)=4e^{-x}(a-e^{-x})$ für $x=\ln a$; $x=-\ln\dfrac{a}{2}$

	Die Punkte $A_k(2k-6/-k/3+3k)$ liegen für $k\in\mathbb{R}$ auf einer Geraden.

2.51	Wie lautet die Gleichung dieser Geraden.
2.52	Gegeben sind die Punkte A(-2/1/2) B(3/-1/1) C(-1/4/-2) . Ergänze einen Punkt D so, dass ABCD ein Parallelogramm ist. (Mehrere Möglichkeiten!)
2.53	Wie lautet die Gleichung einer Ebene E, die die Punkte A,B,C enthält in Parameterform bzw. in Normalenform.
2.54	Gib eine Gleichung der Geraden an, die den Ursprung O enthält und senkrecht zu der Ebene E verläuft.
2.55	Bestimme den Abstand d(O;E) und den Spiegelpunkt O* von O bei der Spiegelung an der Ebene E.
2.56	Gegeben ist die Ebenenschar $E_k : kx_1 + kx_2 + x_3 = 8$; $k \in \mathbb{R}$ a) Zeige ,dass A(12/12/8) in jeder Ebene E_k liegt. b) Bestimme die Schnittpunkte von E_k mit den Koordinatenachsen.
2.57	Gegeben ist die Ebene E mit dem Normalenvektor $\vec{n}$ und den Punkten $A \in E$ und $C \in E$ $\vec{n} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ $A(5/0/-1)$ $C(-1/6/-1)$ a) Bestimme zwei Punkte $B,D \in E$ so, dass ABCD ein Quadrat ist. Bestimme zuerst den Mittelpunkt M der Strecke $\overline{AC}$ und dann die Gleichung der Mittelsenkrechten zu $\overline{AC}$ in E. (Skizze !) b) Zeige, dass alle Punkte $S_k(14+4k\ /-3-5k\ /2+5k)$ auf einer Geraden liegen, die parallel zu E verläuft. c) Bestimme das Volumen der Pyramide $ABCDS_k$
2.58	a) Zeige, dass die vier Punkte A(2/0/4) ; B(-2/5/1); C(2/10/4) und D(6/5/7) ein Quadrat bilden. b) Gegeben ist die Ebenenschar $E_t:\ tx_1 + (7t-1)x_3 + (4-30t) = 0$ mit $t \in \mathbb{R}$. Zeige, dass jede Ebene die Gerade AC enthält.

	Unter welchem Winkel schneidet die Gerade g die Ebene E ?

2.59	$g:\vec{x}=\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}+\lambda\begin{pmatrix}-1\\3\\-2\end{pmatrix}$ $E:3x_1-4x_2+x_3-12=0$
2.60	Gib zu $E:3x_1-4x_2+x_3-12=0$ eine Ebene H an, die zu E parallel verläuft und einen Abstand d=5 L.E. zu E hat.
2.61	Beschreibe die Lage der Ebene E: $x_2=t$; $t\in\mathbb{R}$ im Koordinatensystem. Welchen Abstand hat der Ursprung O von E ?
2.62	Bestimme die Schnittpunkte der Ebene $E:3x_1-4x_2+x_3-12=0$ mit den Koordinatenachsen (kurz: die Spurpunkte) und skizziere damit die Lage von E im Koordinatensystem.
2.63	
2.64	
2.65	

2.80	Ein idealer Würfel wird 5 mal hintereinander geworfen. Aus den Augenzahlen wird eine vierstellige Zahl gebildet. Bsp.: 2,4,1,6 → 2416 a) Wie viele Zahlen sind möglich ? b) Wie viele Zahlen mit genau 2 mal 4 sind möglich ? c) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Zahl drei gleiche Ziffern hat ? d) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass die Zahl nur gleiche Ziffern hat ?
2.81	In einer Urne sind die Zahlen 2,2,2,4,4,5,5,5,6,9,9. Alle Kugeln werden nacheinander gezogen und es wird in der Reihenfolge des Ziehens eine Zahl gebildet. z.B. 29242559469. Wie viele verschiedene Zahlen lassen sich bilden?
2.82	Ein normaler Würfel trägt auf seinen 6 Flächen die Augenzahlen 1,2,3,4,5,6 Ein zweiter Würfel die Augenzahlen 1,1,3,4,6,6 Beide Würfel werden jeweils 2 mal geworfen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass der erste Würfel mehr 1en zeigt als der Zweite ?
2.83	Zwei Spieler spielen mit den o.g. Würfeln. Spieler I zahlt einen Einsatz von 1 DM, Spieler II 1,20 DM. Spieler I gewinnt, wenn seine Augenzahl mindestens so hoch ist wie die von B. Wie sieht der Erwartungswert für den Reingewinn von Spieler I aus ? Bei welchem Einsatz von Spieler I ist das Spiel fair ?
2.84	Die Hypothese $p = \frac{1}{3}$ für die Augenzahl 1 beim Würfel I soll getestet werden. Dazu soll der Würfel 1200 mal geworfen werden. Formuliere eine Entscheidungsregel (Sicherheitswahrscheinlichkeit 95%)
2.85	Beide Würfel werden gleichzeitig geworfen. Wie oft müsste man das mindestens tun, damit mit einer Wahrscheinlichkeit von 95% mindestens ein mal gleichzeitig die 1 erscheint ?
2.86	Bei einem Computer benutzt man ein 10-stelliges Codewort zur Kontrolle. Für jede Stelle kann man jeweils 64 Zeichen auswählen. a) Wie viele mögliche Codeworte sind möglich ? b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Codewort aus lauter verschiedenen Zeichen besteht?
2.87	
2.88	
2.89	
